

## Anmerkung:

**Die Zusammenstellung erhebt NICHT den Anspruch auf Vollständigkeit!!!**

## Thematischer Schwerpunkt 1: Felder und Induktion

ANDERE BÜCHER, STARK-BUCH DURCHFORSTEN, EVTL. SCANNEN!!!

Bewegung von Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern – quantitativ nur bei homogenen Feldern

### Messverfahren zur Bestimmung der elektrischen Feldstärke E

$$E = \frac{F}{q} \quad [E] = 1 \frac{N}{C} \quad [XXX \text{ FORMELSAMMLUNG}]$$

Dorn-Bader S. 13

Messen durch Ablenken

- Probeladung q bifilar im Kondensatorfeld aufgehängt
- Kräfteparallelogramm  $\rightarrow F = F_g \div \frac{s}{l}$  ( $F_g$ : Gewichtskraft, s: horizontale Auslenkung, l: Pendellänge) (Näherung  $h \ll l$  für kleine Winkel)

### Bewegung von Ladung im elektrischen Feld

Dorn-Bader S. 14/15

Spannung  $U = \frac{W}{q}$

Plattenkondensator bzw. Beschleunigung von Ladungen zwischen Kathode und Anode, Beschleunigungsstrecke d

$$U = \frac{W}{q} = \frac{F \cdot d}{q} = \frac{E \cdot q \cdot d}{q} = E \cdot d \quad (\text{unabhängig von Probeladung } q!)$$

$$\rightarrow E = \frac{U}{d} \quad [E] = 1 \frac{V}{m} \quad [XXX \text{ FORMELSAMMLUNG}]$$

Bewegungsenergie:  $W = \frac{1}{2} m v^2 = q U \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$

- Evtl. Überlagerung von Bewegungen bei Ablenkversuchen, Superpositionsprinzip

### Ursache des elektrischen Feldes

Dorn-Bader S. 18/19

Flächendichte  $\sigma$  einer z.B. auf einem Plattenkondensator gleichverteilten Ladung:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad [\sigma] = 1 \frac{C}{m^2}$$

$\sigma$  : E! In Luft:  $\sigma = \epsilon_0 E$  mit  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm}$ .

### Coulomb-Feld, Coulomb-Gesetz

Dorn-Bader S. 20 ff.

Kraft zwischen zwei punktförmigen Ladungen Q, q:  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2}$ .

Coulomb-Potential:  $\Delta W = F \cdot r = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \rightarrow U = \frac{W}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

Potential eines Punktes mit Abstand  $r$  vom Mittelpunkt einer Kugel mit Ladung  $Q$  gegen „Unendlich“:  $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$ .

### Kondensatoren – Kapazität

Dorn-Bader S. 22f.

$C = \frac{Q}{U}$  [C] =  $1 \frac{C}{V} = 1F$  (Farad) „Wieviel Ladung kann man mit der Spannung  $U$  auf den Kondensator bringen?“

Kondensator mit Materie:  $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$  d: Abstand der Platten, A: Plattenoberfläche,

$\epsilon_0$ : Dielektrizitätszahl, von Materie

abhängig

### Kondensator-Entladung

Dorn-Bader S. 24/25

Stromstärke  $I$  und Spannung  $U$  nehmen bei einer Kondensator-Entladung exponentiell ab.

Begründung:

In einer kurzen Zeitspanne  $\Delta t$  ändert sich die Ladung um  $\Delta Q < 0$ .

Es gilt  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$  mit  $I < 0$ .

Die nun bei abgeschalteter Quelle ( $U_0=0$ ) hintereinander liegenden Spannungen am Widerstand  $R$  und am Kondensator addieren sich zu Null:

$$U_0 = 0 = R \frac{\Delta Q}{\Delta t} + \frac{Q}{C} = R \frac{\Delta Q}{\Delta t} + \frac{Q}{C}.$$

Für die Ladungsänderung im Kondensator gilt demnach:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\frac{1}{RC} Q.$$

Die Ladungsänderungsgeschwindigkeit ist proportional zur Ladung!

Mit Hilfe der Differenzialrechnung ergibt sich folgende Differenzialgleichung (vgl. auch radioaktiver Zerfall, Ein- und Ausschaltvorgang Spule...):

$$I = \dot{Q}; \quad U_0 = 0 = R \dot{Q} + \frac{Q}{C} = R \dot{Q} + \frac{Q}{C} \quad \dot{Q}(t) = \frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC} Q(t).$$

Eine DGL dieser Form wird immer durch eine Exponentialfunktion gelöst:

$$Q(t) = Q(0) e^{-\frac{t}{T_H}}.$$

Wenn man die Funktion ableitet, erhält man  $\dot{Q}(t) = \frac{\ln(\frac{1}{2})}{T_H} Q(0) e^{-\frac{t}{T_H}} = \frac{\ln(\frac{1}{2})}{T_H} Q(t)$ .

Koeffizientenvergleich liefert:  $\frac{\ln \frac{1}{2}}{T_H} = -\frac{1}{RC} \quad T_H = \ln 2 \cdot C$ .

Die Halbwertszeit wird also bestimmt durch den Widerstand des „Verbrauchers“ und die Kapazität des Kondensators.

[AUFGABEN]

### Millikan-Versuch Dorn-Bader S. 28f.

Der Millikan-Versuch sollte Ihnen bekannt sein. Das zentrale Ergebnis besagt, dass nur ganzzahlige Vielfache der Elementarladung  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$  auftreten.

Damit gibt es ein eigenes Energiemaß für die ‚Mikrowelt‘:  $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$ .

### Linke-Hand-Regel bzw. Rechte-Hand-Regel

Stromdurchflossene Leiter sind von einem Magnetfeld umgeben.

Man umfaßt mit der linken (rechten) Hand den Draht, sodass der Daumen in die Richtung des Elektronenstromes (in Richtung der technischen Stromrichtung) zeigt. Dann weisen die Finger in Richtung der Feldlinien.

### Drei-Finger-Regel der linken Hand bzw. rechten Hand

Man hält den Daumen der linken Hand (rechten Hand) in die Bewegungsrichtung der Elektronen (technische Stromrichtung). Der Zeigefinger weist in Magnetfeldrichtung. Hält man den Mittelfinger senkrecht zu Daumen und Zeigefinger, so zeigt er in Richtung der **Lorentzkraft**.  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{F}$  bilden ein Rechtssystem.

### Messverfahren zur Bestimmung der magnetischen Flussdichte **B** - Messung mit der Stromwaage *Dorn-Bader S. 37ff.*

Ein Drahtrahmen wird zwischen die Pole eines Magneten gebracht. Fließt ein Strom durch den Rahmen, so wirkt auf ihn die Lorentzkraft.

Man misst die Kraft z.B. mit dem Kraftsensor von CASSY in Abhängigkeit der Stromstärke  $I$  und der wirksamen Leiterlänge  $s$ .

Ergebnisse:  $F_L : I$    $F_L : I \propto s$ ,  $F = B \cdot I \cdot s$ .

Der Vektor  $\vec{B}$ , dessen Betrag durch  $B = \frac{F_L}{I \cdot s}$ ,  $[B] = 1 \frac{\text{N}}{\text{Am}} = 1\text{T}$  (Tesla) heißt

*magnetische Flussdichte*. Magnetfelder mit  $B > 1\text{T}$  sind sehr stark. Oft werden die Felder in mT angegeben.

Für ein Elektron, das sich mit der (Drift-)Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt, gilt:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{Ne\vec{v}}{s}, \text{ also: } \vec{F}_L \approx e \vec{v} \times \vec{B}.$$

Für ein Elektron, das sich mit der Geschwindigkeit  $v_s$  zum B-Feld bewegt, gilt  $F_L = ev_s B$ .

### Hall-Effekt *Dorn-Bader S. 39*

Sie sollten in der Lage sein, prinzipiell den Aufbau einer Hall-Sonde zu erklären und die Gleichung  $U_H = B \cdot I \cdot s$  herzuleiten.

### Magnetfeld einer langen stromdurchflossenen Spule

$B = \mu_0 \frac{n}{l} I$  mit  $n$ : Windungszahl,  $l$ : Länge der Spule,  $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$   
magnetische Feldkonstante.

### Gefüllte Spulen – Hysteresis-Kurve

Sie sollten wissen, was eine Hysteresis-Kurve ist und warum sie entsteht (*Dorn-Bader S. 40*). Für die magnetische Flussdichte  $B_m$  einer materiegefüllten Spule gilt:  $B_m = \mu_r B_0$ ,  $\mu_r$  Permeabilitätszahl.

[AUFGABEN]

### Elektronen im Magnetfeld – $q/m$ -Bestimmung *Dorn-Bader S. 44f.*

Elektronen im Magnetfeld erfahren die Lorentzkraft  $F_L$  senkrecht zur Bahn, ihnen wird also keine kinetische Energie zugeführt.

Die Lorentzkraft wirkt als Zentripetalkraft  $F_z$ . Die Elektronen werden auf eine Kreisbahn mit Radius  $r$  abgelenkt:

$$F_L = F_z$$

$$e \underset{s}{\curvearrowright} \underset{s}{\curvearrowright} = m \underset{r}{\curvearrowright} \frac{v_s^2}{r} \rightarrow r = \frac{v_s}{B \frac{e}{m}}$$

Mit Hilfe eines homogenen magnetischen Feldes kann der Quotient aus Ladung und Masse, die *spezifische Ladung* eines Teilchens ermittelt werden. Beispiel Elektron:

$$\text{Es gilt: } \frac{e}{m} = \frac{v_s}{Br} \quad (1).$$

Nun muss noch  $v_s$  aus der Beschleunigungsspannung (wie gehabt...) bestimmt werden:

$$eU = \frac{1}{2}mv^2 \quad \curvearrowright \quad v^2 = 2U \frac{e}{m} \quad (2).$$

(1) quadrieren, (2) einsetzen:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2}. \text{ Mit Kenntnis des Millikan-Versuchs ergibt sich hieraus die Masse des Elektrons.}$$

### Massenspektrometer *Dorn-Bader S. 50*

Sie sollten die prinzipielle Funktionsweise eines Massenspektrometers erläutern können:

- Geschwindigkeitsfilter durch Überlagerung von B-Feld und E-Feld.
- Radius gibt Aufschluss auf die Masse, wenn  $q$  bekannt ist.

[AUFGABEN]

### Induktion *Dorn-Bader S. 56ff.*

Bewegt man eine Leiterschleife im (homogenen) magnetischen Feld mit einer Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu den B-Feldlinien, so wird im Leiter eine Spannung  $U_{\text{ind}}$  induziert.

Auch hier gilt die Drei-Finger-Regel der linken Hand: Zeigt der Daumen in Richtung der Leitergeschwindigkeit  $\vec{v}_s$  und der Zeigefinger in Richtung von  $\vec{B}$ , so gibt der Mittelfinger die Richtung des Elektronenstroms an.

Die Herleitung zur folgenden Gleichung steht in Dorn-Bader, S. 55f.:

Ein Leiterstück der Länge  $d$  werde in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte  $B$  bewegt. Senkrecht zu den B-Feldlinien habe seine Geschwindigkeit den Wert  $v_s$ . Zwischen seinen Enden kann man die durch die Lorentzkraft induzierte Spannung  $U_{\text{ind}}$  abgreifen:

$$U_{\text{ind}} = -Bdv_s.$$

Das negative Vorzeichen kommt aufgrund der Lenzschen Regel zustande, nach der Induktionsspannung und -strom ihrer Ursache entgegengerichtet sind (Energieerhaltungssatz) *Dorn-Bader S. 62f.*

### Induktion durch Flächenänderung *Dorn-Bader S. 57*

$$U_{\text{ind}} = -B \underset{s}{\curvearrowright} \underset{s}{\curvearrowright} = -B \frac{\Delta A_s}{\Delta t}.$$

Für eine Spule gilt:

$$U_{\text{ind}} = -n \underset{s}{\curvearrowright} \underset{s}{\curvearrowright} \underset{s}{\curvearrowright} = -n \frac{\Delta A_s}{\Delta t}.$$

### Induktion durch Flussdichteänderung *Dorn-Bader S. 60ff.*

Eine Spannung wird nicht nur durch Flächenänderung induziert, sondern auch, wenn sich das erregende Feld ändert. Dabei ergibt sich aus Messungen:

$$U_{\text{ind}} = -n \frac{\Delta B}{\Delta t} A_s$$

Insgesamt ergibt sich dann:  $U_{\text{ind}} = -nA \frac{\Delta B}{\Delta t} - nB \frac{\Delta A}{\Delta t}$

Infinitesimale Betrachtung:

$$U_{\text{ind}}(t) = -nB \frac{dA_s(t)}{dt}, \text{ wenn } B \text{ konst.}$$

$$U_{\text{ind}}(t) = -nA \frac{dB(t)}{dt}, \text{ wenn } A \text{ konst.}$$

Man definiert den *magnetischen Fluss*:  $\Phi(t) = B(t) A_s(t)$  [ $\Phi$ ] = 1Vs.

Dann gilt:  $\Phi(t) = B(t) A_s(t) + B(t) A_s(t)$ .

Damit folgt für die Induktionsspannung

$$U_{\text{ind}}(t) = -n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \text{ bzw. für } t \rightarrow 0: U_{\text{ind}}(t) = -n \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Anwendungen des Induktionsgesetzes finden sich in *Dorn-Bader* auf S.64f.

**Selbstinduktion** *Dorn-Bader* S. 66ff.

Ändert sich in einer Spule die Stromstärke, so wird dort eine Selbstinduktionsspannung  $U_{\text{ind}}$  induziert. Sie wirkt ihrer Ursache, der Stromstärkeänderung entgegen.  $U_{\text{ind}}$  ist zur Änderungsgeschwindigkeit der Stromstärke proportional. Für konstantes  $\mu_r$  gilt:  $U_{\text{ind}}(t) = -L \frac{dI(t)}{dt} = -U_L(t)$ ,  $L$  heißt *Induktivität* der Spule,

$$[L] = 1\text{VsA}^{-1} = 1\text{H (manchmal auch Hy)}$$

Dieser Zusammenhang gilt für alle Spulen. Für lange Spulen mit konstanten Spulendaten kann  $L$  berechnet werden (vgl. *Dorn-Bader* S. 66):

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 A}{l} \text{ (Permeabilitätszahl } \mu_r, \text{ Windungszahl } n, \text{ Querschnittsfläche } A, \text{ Länge } l)$$

Für kurze und dicke Spulen muss die Induktivität experimentell bestimmt werden.

**Einschaltvorgang bei der Spule – experimentelles Bestimmen der Induktivität L**

[SCHALTSKIZZE]

Bestimmen der Induktivität aus dem Diagramm bzw. aus einer Messwerttabelle:

(1) Bestimmen des Gesamtwiderstands aus der angelegten Spannung  $U_1$  und der

Asymptote der elektrischen Stromstärke  $I_1$ :  $R = \frac{U_1}{I_1}$

(2) Man im Diagramm (oder in der Tabelle) einen festen Zeitpunkt  $t_0$ .

Die Induktionsspannung  $U_{\text{ind}}$  ist der äußeren Spannung  $U_1$  (und damit dem elektrischen Feld) entgegengerichtet. Für die gemessene Spannung  $U$  am gesamten Kreis und die an der Spule abfallende Teilspannung  $U_L$  gilt zu jedem Zeitpunkt  $t$ :  $U_L(t) + U(t) = U_1$   $\rightarrow$   $U_L(t) = U_1 - U(t)$ . Damit kann  $U_L(t_0)$  aus den Daten bestimmt werden.

(3) Für  $U_L$  gilt:  $U_L(t) = -U_{\text{ind}}(t) = +L \frac{dI(t)}{dt}$   $\rightarrow$   $L = \frac{U_L(t)}{\dot{I}(t)}$ .

Wenn man die Steigung der Stromstärke zum Zeitpunkt  $t_0$  aus dem Diagramm

(zeichnerisch) bestimmt oder mittels  $\hat{R}(t_0) \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{I(t_1) - I(t_0)}{t_1 - t_0}$  berechnet (nur für *kleine!!!* Zeitdifferenzen!!!), kann L aus den Daten bestimmt werden.

Eine weitere, direktere Möglichkeit zur Bestimmung der Induktivität ist in *Dorn-Bader S. 67 (Versuch 4)* dargestellt und sollte gekannt werden!

### Stromverlauf beim Einschaltvorgang

Solange sich die Stromstärke  $I(t)$  ändert, sind zwei Spannungen im Stromkreis wirksam: die von außen angelegte konstante Spannung  $U_1$  und die dazu in Reihe liegende Selbstinduktionsspannung  $U_{ind}$ . Damit gilt für die Momentanstromstärke:

$$I(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{U_1 + U_{ind}(t)}{R} = \frac{U_1 - L \dot{I}(t)}{R} \quad \hat{R}(t) = \frac{U_1 - R \dot{I}(t)}{L}$$

Zum Einschaltzeitpunkt  $t=0$  ist die Anfangsstromstärke  $I(0)=0$  und damit die Änderung des Stromes maximal. Der Betrag der Selbstinduktionsspannung ist damit maximal:

$U_{ind}(0) = -L \dot{I}(0) = -\frac{LU_1}{L} = -U_1$ , beim Einschaltvorgang also nicht größer als die von außen angelegte Spannung.

Der Strom ändert sich zu Beginn ebenfalls maximal. Je größer  $I(t)$  wird, desto weniger ändert sich die Stromstärke: es ergibt sich eine Sättigungskurve. Der Verlauf ist vom Gesamtwiderstand  $R$  und der Induktivität  $L$  abhängig.

### Ausschaltvorgang bei der Spule – experimentelles Bestimmen der Induktivität L

*Dorn-Bader S. 68f.*

[SCHALTSKIZZE]

Beim Ausschalten ist  $\hat{R}(t) < 0 \rightarrow U_{ind} > 0$  und damit der ursprünglichen Spannung  $U_1$  gleichgerichtet: die Elektronen fließen in der von  $U_1$  vorgegebenen Richtung weiter.

Für die Stromstärke gilt: ( $U_1=0$ ):  $I(t) = -\frac{L}{R_{ges}} \dot{I}(t) \quad \hat{R}(t) = -\frac{R_{ges}}{L} \dot{I}(t)$ .

Der Strom hat wiederum exponentiellen Verlauf:

Ansatz:  $I(t) = e^{-ct} \quad \hat{R}(t) = c I(0) e^{-ct}$ .

Koeffizientenvergleich liefert:  $c = \frac{R_{ges}}{L}$ .

Für die Halbwertszeit gilt:  $\frac{1}{2} = e^{-\frac{R_{ges}}{L} t_H} \quad t_H = \ln 2 \frac{L}{R_{ges}}$ .

Für die induzierte Spannung gilt:  $U_{ind}(t) = -L \dot{I} = \frac{L R_{ges}}{L} I(t) = R_{ges} I(t)$ .

Öffnet man den Schalter, so wird der Gesamtwiderstand  $R_{ges}$  sehr groß (unendlich...).

Damit wird im Moment des Ausschaltens die Induktionsspannung ebenfalls sehr groß, je nach Spulendaten viel größer als die vorher angelegte Spannung  $U_1$ ! Dies nutzt man z.B. beim Zündfunken für die Autobatterie!

[ANWENDUNGEN]

[AUFGABEN]

## Thematischer Schwerpunkt 2: Interferenz und Spektroskopie

### (Harmonische) Schwingungen (Bekannt aus Klasse 11)

Bei harmonischen Schwingungen gilt stets ein lineares Kraftgesetz  $F = -D \cdot s$ .

Nach Newton gilt  $F = m \cdot a$  und somit

$$F = -D \cdot s \quad (1).$$

Solche DGL werden mit dem Ansatz  $s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t)$  gelöst:

$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\dot{s}(t) = \omega \hat{s} \cdot \cos(\omega t)$$

$$\ddot{s}(t) = -\omega^2 \hat{s} \cdot \sin(\omega t)$$

Dann gilt mit (1):

$$-D \cdot s(t) = -D \hat{s} \sin(\omega t) = -m \omega^2 \hat{s} \sin(\omega t) = m \ddot{s}(t).$$

Koeffizientenvergleich ergibt für die Kreisfrequenz (Winkelgeschwindigkeit):

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}.$$

Für eine Schwingungsdauer  $T$  gilt  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$ .

Für die Energie gilt  $E = \frac{1}{2} D s^2$  (Integral der Kraft entlang eines Weges).

### **Federpendel** *Dorn-Bader S. 98ff.*

Beim Federpendel gilt das Hookesche Gesetz und damit obige Bedingungen.

### **Fadenpendel** *Dorn-Bader S. 104ff.*

Mit der Näherung für kleine Winkel (eine prinzipielle Sache!!!) gilt für ein Fadenpendel der Länge  $l$  und näherungsweise masseloser Aufhängung:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

[WICHTIGSTE KONSTANTEN]